Interação e Aprendizagem de conhecimentos sobre Derivadas em Espaços Virtuais[1]

Vanessa Rodrigues Lopes (Mestranda do Programa de Pos Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul- vanufms@gmail.com)
Suely Scherer (Professora do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul- suche@gmail.com).

Grupo Temático 3. *O Estudante da EaD em foco*
Subgrupo 3.2 *Estratégias de estudo pela EaD: construção de espaços e tempos*

Resumo:
Neste artigo apresentamos a interação de um aluno com a professora e colegas em espaços virtuais e como essas interações favoreceram a aprendizagem de conhecimentos sobre Derivada. Os dados analisados são oriundos de uma pesquisa de Mestrado, em fase de desenvolvimento. Para alcançar o objetivo proposto na pesquisa, foram planejadas atividades com o uso do software GeoGebra e discutidas em ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA). O referencial teórico foi o Construcionismo de Seymour Papert, o Estar junto Virtual de José Armando Valente e nas atitudes de Educadores e Educandos em espaços virtuais de Aprendizagem desenvolvidas por Suely Scherer. Com base nos dados discutidos nesse artigo, os diálogos que ocorreram no WhatsApp, articulados pelos habitantes e questões que surgiram no AVA, contribuíram com a aprendizagem do aluno cujos dados foram analisados, pois evidenciaram momentos de desequilíbrios cognitivos, reflexões, levantamento e análise de conjecturas e proposições.
Palavras-chave*: Espaços Virtuais; Aprendizagem; Derivada de Funções.*

Abstract:
In this article we demonstrated how the interaction of a student with a teacher and classmates in virtual spaces happened and how these interactions helped the learning of Derivative. The analyzed data is from a Master research in stage of development. Aiming our research goal, activities were planned using the GeoGebra software and than it was discussed in Virtual Learning spaces. As a theorical referential we based on the studies of Constructionism *of Seymour Papert, the Being Together of José Armando Valente and in the attitudes of Teachers and Learners in E-Learning spaces developed by Suely Scherer. Basing on the data discussed in this article, the dialogues estabilished on WhatsApp, connected with the inhabitants and questions wich came up in E-Learning Space (AVA)[1], contributing with the student learning wich data has been analyzed, because moments of cognitive imbalance was noticed, reflexions, raising and analysis of conjectures e propositions.*
Keywords*: Virtual Spaces; Learning; Derivative of Functions.*

1. Introdução

As tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) podem ser uma alternativa para a superação das dificuldades enfrentadas no ensino de Cálculo (MORELATTI, 2001). Dificuldades essas que se refletem pelos altos índices de reprovação e evasão dessa

[1] Trabalho desenvolvido com apoio financeiro da Capes.

disciplina (NASCIMENTO, 2000) (CABRAL; CATAPANI, 2003) e que estão relacionadas à priorização de aula expositiva, na qual o centro é a voz do professor e não dos alunos, e "os conceitos são apresentados como verdades prontas. (MORELATTI, 2001).

Silva et al (2010), em um estudo de caso realizado com alunos de um curso de Química, de uma universidade pública do Ceará, investigou quais a dificuldades apontadas pelos alunos na aprendizagem na disciplina de Cálculo. O resultado da pesquisa evidenciou que as principais foram: metodologia utilizada em sala aula e dificuldades anteriores na disciplina de Matemática, oriundas do Ensino Fundamental e Médio. Segundo os autores, o ensino de forma mecânica e tradicional dificulta a compreensão dos conceitos da disciplina. Nesse cenário cabe ao aluno, em momento posterior a aula, resolver enormes listas de exercícios "[...] que, muitas vezes, não exigem criatividade, reflexão e novos conceitos" (MORELATTI, 2001, p.21).

As TDIC podem ser usadas de forma a proporcionar um ambiente de aprendizagem que mobilize os alunos a realizarem ações de descoberta, de exploração, de investigação, ou seja, um ambiente na qual o centro deixa de ser a fala do professor e passa a ser a fala do aluno. E essa foi à intenção da pesquisa de mestrado cujos dados parciais são analisados neste artigo, e que teve por objetivo analisar possibilidades de aprendizagem sobre Derivadas de funções em ambientes virtuais.

A pesquisa foi desenvolvida com uma turma de alunos da disciplina de Cálculo I, de uma universidade pública do Estado do Mato Grosso do Sul. Tal disciplina possuía um formato bimodal (parte presencial e parte a distância) e nossa investigação se dedicou em analisar as possibilidades de aprendizagem na parte a distância, que ocorrem em diferentes espaços virtuais como o AVA (Ambiente Virtual de Aprendizagem), o whatsApp[2]. Para atingir os objetivos da pesquisa, dentre os procedimentos metodológicos, foram elaboradas atividades realizadas utilizando o software GeoGebra, em um ambiente virtual de aprendizagem (AVA) a partir da Plataforma *moodle*. A escolha do software se deu, pois, é um software gratuito que permite trabalhar com a geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e Cálculo. Especificamente, para o ensino e aprendizagem do Cálculo, possui recurso de representação gráfica e algébrica de funções, possibilitando estudo de limites, derivadas e integrais. Os dados usados na pesquisa foram obtidos dos registros no AVA e no WhatsApp. Facebook e além de uma entrevista semiestruturada realizada com os alunos após a experimentação.

O referencial teórico foram os estudos sobre a teoria construcionista proposta por Papert (2008), os estudos sobre a abordagem do "Estar Junto Virtual" de Valente (2005), por potencializar as interações entre professor e alunos e entre os próprios alunos, e os estudos de Scherer (2005), sobre atitudes de educadores e educandos em ambientes virtuais de Aprendizagem.

Nesse artigo apresentamos dados sobre as interações e aprendizagem de um aluno, que denominamos de Cauchy. O que mostramos nesse artigo é como as interações entre alguns alunos e Cauchy, no WhatsApp favorecerem processos de aprendizagem dos mesmos. E também como a interação no AVA entre esses alunos e a professora oportunizou momentos de reflexão sobre Derivadas.

2. O Estar junto virtual e o habitar espaços virtuais de aprendizagem

[2] WhatsApp é um aplicativo para Smartphones, para troca de mensagens instantâneas. Os usuários podem enviar mensagens de textos, imagens, vídeos e mensagem de áudio em mídia a outros usuários.

O “Estar Junto Virtual” é um modelo de EaD, pautado na construção conhecimento do aluno e fundamentada na reflexão sobre as produções que os alunos desenvolvem. Segundo Valente (2011), nesse modelo, exploram-se as potencialidades da TDIC para que o professor possa “estar junto”, acompanhando, interagindo, questionando seus alunos, em ambiente virtual.

> A abordagem do *“Estar Junto Virtual”* apresenta características próprias de educação a distância, contribuindo para uma aprendizagem que também pode ser explicada por intermédio de uma espiral. O ponto central é que essa aprendizagem está fundamentada na reflexão sobre a própria atividade que o aprendiz realiza no seu contexto de vida ou ambiente de trabalho (VALENTE, 2005, p. 85).

Dessa forma, é fundamental que se mantenha o ciclo de ações, que ocorre nas interações entre professor-alunos e entre os alunos. Na Figura 1, apresentamos o movimento proposto por Valente (2005) para o *“*Estar Junto Virtual*”*.

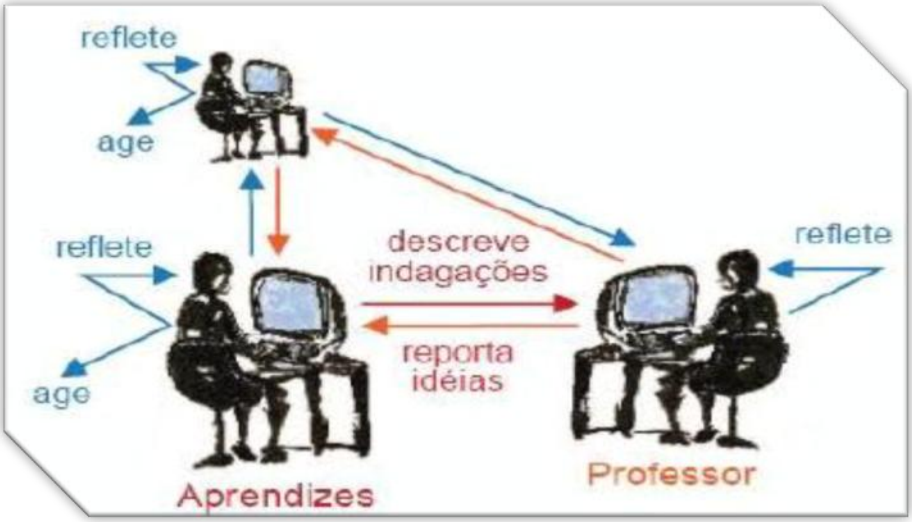

Figura 1 – Ciclo de ações na abordagem “Estar Junto Virtual”
Fonte: (VALENTE, 2005).

Podemos observar que quando o professor propõe, por exemplo, uma atividade, um problema ao grupo de alunos, esses podem reportar uma ideia ou questão ao professor e colegas. Ao receber esse registro, o professor e/ou aprendizes podem refletir e terão a oportunidade de compreender melhor o problema proposto, podendo questionar ou reportar novas ideias ao grupo, que possibilitam a reflexão. Pode-se entender o “reportar ideias”, como enviar um material em formato de vídeo ou imagens, questões, e considerações. Porém, é importante que o professor se atente para que não “dê a resposta” ao problema, ou induza os alunos a uma resposta. O docente precisa propor questionamentos que desafiem os alunos para que estes vivenciem momentos de reflexão e aprendizagem. Nesse sentido, que Valente (2005, p.86) salienta que:

> Os desequilíbrios e conflitos fornecidos pelo professor e por outros colegas têm a função de provocar o aprendiz para realizar equilibrações em patamares majorantes, como proposto por Piaget. Nesse sentido, a aprendizagem também está acontecendo como produto de uma espiral, proporcionada não mais pela interação aprendiz-computador (como na programação), mas pela rede de aprendizes mediados pelo computador.

As interações entre professor- aluno, que ocorrem no "Estar Junto Virtual" permitem ao professor conhecer melhor os processos de aprendizagem dos alunos e consequentemente fazer inferências sobre o saber em construção. Mas, para que o movimento proposto pelo "Estar Junto Virtual" aconteça se faz necessário que educadores e educandos sejam habitantes do AVA (SCHERER, 2005).

Para Scherer (2005, p.59-60), em ambientes virtuais:

> Os habitantes são aqueles que se responsabilizam pelas suas ações e pelas dos parceiros, buscando o entendimento mútuo, a ação comunicativa, o questionamento reconstrutivo; [...] o encontramos sempre no ambiente [...] observando, falando, silenciando, postando mensagens, refletindo, questionando, produzindo, sugerindo, contribuindo com a história do ambiente, do grupo e dele.

Segundo essa autora, AVA que se caracteriza favorável para a construção de conhecimentos dos envolvidos no processo, é aquele em que as ações dos participantes são orientadas pela abordagem construcionista e todos assumem uma atitude de habitante do ambiente.

Mas nos ambientes virtuais temos também os visitantes.

> **Os visitantes** são aqueles alunos (as) e professores (as) que participam do ambiente de aprendizagem com a intenção de visitar. As visitantes participaram apenas para observar o que estava acontecendo, sem se co-responsabilizar com o ambiente, com o outro, ou com a produção coletiva. Alguns deles chegam a colaborar, mas sem chegar a cooperar com o grupo, pois são parte (sentido estático, momentâneo) [...].(SCHERER, 2005, p.60, grifo nosso).

Ao entrar em um fórum virtual de discussão, por exemplo, um visitante é considerado aquele que, posta mensagem, sem se importar com o que os demais colegas ou professor postou, às vezes lê e comenta algo sobre o que o outro (professor e/ ou aluno) postou, mas sem muito envolvimento. A produção coletiva não é uma preocupação de um visitante. Um visitante pode acessar o AVA por livre e espontânea vontade, na intenção de buscar alguma informação, e outras vezes a visita pode dar por uma obrigação para obtenção de nota em uma disciplina ou curso, por exemplo.

Scherer (2005, p.60) apresenta ainda uma terceira atitude de educadores e educandos em AVA, a de transeunte.

> Os transeuntes passam pelo ambiente em um ou mais momentos, às vezes param para observar, mas sem se deter em nenhum espaço em especial, sem se responsabilizar, sem apreender para si o ambiente, sem colaborar

ou cooperar. [...] eles se relacionam alheios ao grupo e ao ambiente, pois são apenas passantes.

Pautadas nos estudos de Scherer (2005) e Valente (2005), realizamos a análise dos dados apresentados nesse artigo, que se configuram em aprendizagem na/a partir da interação de um aluno com a professora no AVA, e desse com outros alunos no WhatsApp. A seguir apresentamos as interações de um aluno, que denominamos de Cauchy.

3. Habitando Espaços Virtuais de Aprendizagem: as Interações de "Cauchy"

Iremos analisar a aprendizagem na interação do aluno, a partir de estudos realizados sobre regra de L´Hospital. Uma primeira atividade que foi proposta aos alunos de Cálculo I foi: *no GeoGebra plote o gráfico da função H(x) =f(x) /g(x). Sendo* $f(x)=4x^3+x^2+3$ *e* $g(x)=x^5+1$*. Em seguida, marque um ponto A sobre a curva que representa a função H(x) e o mova para identificar o valor de H(x) quando x tende a -1. Da mesma forma plote o gráfico da função P(x)= f´(x)/g´(x), marque um ponto B sobre a curva que representa a função P(x) e o mova para identificar o valor de P(x) quando x tende a -1*. Ao propor que os alunos analisassem a representação gráfica das funções H(x) e P(x) no Fórum 1 da disciplina, o objetivo era propor reflexões relacionadas à regra de L'Hospital. Na Figura 2 apresentamos a produção de Cauchy, que será o aluno analisado nesse texto.

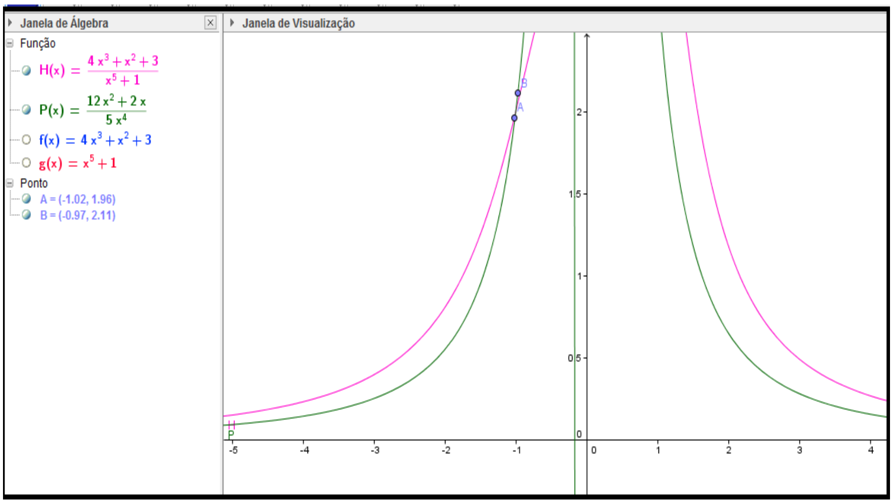

Figura 2 - Produção 1 sobre a Regra de L'Hospital do aluno Cauchy
Fonte: autoria própria.

Após a realização da produção e o questionamento inicial da professora no Fórum 1, os alunos postaram suas certezas sobre a produção realizada e, alguns alunos estavam convergindo para uma mesma resposta, de que o limite da H(x) e da P(x) assumia o mesmo valor quando x tende a -1. Assim, a professora fez uma articulação entre as certezas desses alunos e Cauchy se posicionou:

Olá pessoal
O Newton, a Lagrange e a Fermat observaram que a função H(x) não está definida para x=-1, mas que existe o limite da função quando x tende a -1, e é igual a 2. Mais alguém observou isso nos gráficos, sem realizar cálculos? Será que o limite das funções H(x) e P(x) são iguais? Tragam suas observações aqui e vamos fechando as conclusões.

Vamos dialogando.......
Abraços Professora Vanessa. (VANESSA, 25/11/2013).

Bom dia, acho que já chegamos a uma conclusão professora, também concordo com a Lagrange, o Newton e a Fermat; os limites laterais quando x tende a -1 é igual a 2, porém a função H(x) tem um problema, o denominador se anula quando x=-1, ou seja, ele não está definida neste ponto.(CAUCHY, 25/11/2013).

Nesse diálogo Cauchy escreveu direcionado à professora. Mas ele escreve na primeira pessoa do plural. Apresentamos esse recorte para expor como esse aluno se posicionava diante das observações feitas pelos demais alunos e como ele interagia.

Cauchy foi habitante no AVA e também foi habitante no WhatsApp. A seguir apresentamos um diálogo de um grupo de alunos no whatsApp, a partir da atividade em estudo no AVA:

***Leibniz**: E o que vc observou na 1 Cauchy?*
***Cauchy:** O limite é o mesmo, 2 , eu só não sei se isso vale sempre. T*
***Euler:** O Cauchy vc que fez o seu ponto sumiu na hora que passa pelo -1 na H.?*
***Euler**: Pq eu não consegui entende pq some? Será q é problema do GeoGebra?*
***Cauchy:** Deixa eu ver o meu...*
***Torricelli:**: O meu some também cara.*
***Torricelli:** Mas é só H que some na P não.*
***Torricelli:** Dai tem que colocar outro ponto.*
***Euler**: Mas pq q some?*
***Cauchy**: Ah é verdade se parar bem em cima do -1 some mesmo. Eu acho que é pq esse ponto não existe.*
***Leibniz**: hum?*
***Cauchy**: Ah é isso mesmo, pq se agente substituir o -1 na função da zero sobre zero, dai a função não tá definida. Bom eu acho que é isso? Pq na P não some o ponto e também não da zero sobre zero.*
***Leibniz:** Ah agora eu entendi. Acho que é por isso mesmo. Pq assim se a função não tá definida p aquele ponto não faz sentido mesmo o ponto para ali.*

O questionamento feito por Euler fez com que Cauchy retomasse a sua atividade, e ao observar o movimento do ponto sobre a curva em sua representação gráfica no GeoGebra, ele percebeu que o ponto some para x=-1. Cauchy refletiu sobre o motivo pelo qual o ponto some e rapidamente apresentou ao grupo uma justificativa para tal sumiço: "Ah é isso mesmo, pq se a gente substituir o -1 na função da zero sobre zero, dai a função não tá definida". E ele continua analisando sua produção, pois para confirmar sua justificativa usa o seguinte argumento: "Bom eu acho que é isso? Pq na P não some o ponto e também não da zero sobre zero."

Com esse recorte do diálogo podemos destacar algumas ações que mostram a atitude de habitante de Cauchy no WhatsApp, como a de propor a solução ao problema, a de buscar justificativa e de buscar o entendimento mútuo, pois em nenhum momento Cauchy, afirmou algo como verdade única e acabada. Pelo próximo recorte, Cauchy evidencia mais uma vez a atitude de habitante, a de contrapor:

***Euler:** Oh mais a professora perguntou sobre os limites, então eu acho que na H não existe né e na P é -1. Certo?*
***Cauchy**: Pq?*
***Leibniz:** Eu acho q não, pq a função pode não tá definida p um ponto mas se os limites laterais for igual, então existe o limite.*
***Cauchy:** É noiz Leibniz*
***Cauchy**: Isso ai que vc tá falando Euler, não é aquela condição de continuidade. Que diz q tem q existir o limite no ponto e ser iguais os limites laterais.*

Euler: *ah é mesmo. Mas eu ainda não aceito que se a função não esta definida p aquele ponto então ela não existe.*
Leibniz: *Pensa assim o Euler, o que é o limite?*
Euler: *A ideia de tender né.*
Leibniz: *Por exemplo assim se aquela função que é de duas , tipo assim y=x se x maior q 1 e sei lá y= 2 se x for menor ou igual a 1. Existe o limite quando x tende a 2?*
Euler: *Não! Por que os limites laterais são diferentes um é 1 e outro é 2?*
Cauchy*: Então e na H ?*
Euler: *Na h é o mesmo 2 né. Então existe.*
Torricelli: *Esse Leibniz tá quase um professor heinnnn. Vc se acha hein!!!!!.*
Cauchy: *Oh mais eu tava pensando outra coisa. O que será q a profa quer com essa atividade. Pq assim o limite é o mesmo, mas ai eu fico pensando assim.... sempre vale. Vc me entendeu?*
Cauchy*: Tipo assim qualquer função se eu pegar a divisão da derivada o limite é o mesmo. Pq isso também da certo na do Fórum 2 da V e R.*
Leibniz: *Se fosse assim as funções era as mesma. Para ver isso é só pegar a função H e P e analisar o limite p x=-2. É o mesmo?*
Cauchy: *Ah é verdade, putzzzzzzzzzzz só vale p -1.*
Torricelli: *A pergunta é pq o -1?*
Leibniz*: Eu acho q é por causa do zero sobre zero.*
Cauchy: *É noizzzzz Leibniz*
Cauchy: *Deve ser isso mesmo, porque na outra do Fórum 2 também da indeterminação.*

O que observamos ao ler esse diálogo é a riqueza de interações e o processo de aprendizagem do grupo a partir de um desafio lançado no AVA. Esse espaço virtual, criado pelos próprios alunos, se constituiu um lócus de aprendizagem, em um movimento de comunicação síncrono, articulado com o assíncrono dos fóruns do AVA.

Voltemos nosso olhar ao processo de aprendizagem na interação de Cauchy ao dialogar com Euler e Leibniz, sobre o fato de que se uma função não estiver definida para um valor x_1 qualquer do seu domínio, não necessariamente o limite quando $x \to x_1$ não existe, como fora afirmado por Euler. Leibniz perguntou a Euler se a função $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1 \\ 2, & x > 1 \end{cases}$ tem limite quando x tende a 1. Ele parece fazer essa afirmação com o objetivo de possibilitar que Euler duvide de sua afirmação. E com isso Euler percebeu que nesse caso os limites laterais eram diferentes e por isso o limite da função quando x tende a 1 não existe, porém para a função H, proposta na atividade da disciplina, os limites laterais eram os mesmos, sendo assim o limite da função H existia quando x tende a -1.

E diante da contraposição de Leibniz, Cauchy se posicionou, pois ele concordou com Leibniz e ainda apresentou uma possível justificativa que levou Euler ao conceito de continuidade. Destacamos a busca pelo entendimento mútuo presente em tal diálogo pelo WhatsApp. Quanto à aprendizagem de Cauchy, com esse pequeno recorte mostramos quantos conhecimentos foram sendo discutidos e que surgiram a partir de suas reflexões que iniciaram ao habitar o AVA, como por exemplo, o conhecimento sobre continuidade de funções, existência de derivada, limites laterais, definição de função, dentre outros.

Do recorte apresentado salientamos que essa discussão possibilitou a esses alunos refletirem e concluírem que os limites das funções dadas assumiam o mesmo valor quando x tende a -1, e que essa característica estava relacionada à indeterminação apresentada na função original. Ou seja, com esse diálogo inferimos que os alunos conjecturam sobre o uso da regra de L'Hospital e foi evidenciado por falas no diálogo como: "*Eu acho q não, pq a função pode não tá definida p um ponto mas se os limites laterais for igual, então existe o limite; Tipo assim qualquer função se eu pegar a divisão da derivada o limite é o mesmo? Pq isso também da certo na do Fórum 2 da V e R; dentre outras*".

Dando continuidade ao estudo sobre a regra de L'Hospital , apresentamos como o Cauchy desenvolveu as produções que foram propostas após a leitura do material didático a fim de discutirmos sua aprendizagem (as respostas do aluno estão em vermelho na figura seguinte).

1. Calcule o valor dos limites das seguintes funções:
Em todos os exercícios foi detectada se existia a indeterminação 0/0 ou ∞/∞. Nesses dois casos foi usada o L'Hospital para resolver a questão, derivando as partes de cima e de baixo das funções.

a) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$

b) $\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$

c) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-x-2}{3x^2-5x-2} = 3/7$

d) $\lim_{x\to +\infty} \frac{2x-9}{6x+7} = 1/3$

e) $\lim_{x\to +\infty} \frac{x^2-9x+4}{3x^2+7x+8}$ Nessa questão não foi usado o método de L'Hospital para resolver porque não consegui, usei então malabarismo algébrico colocando "x^2" em evidencia. Resposta: 1/3.

Figura 3- Produção 2 sobre Regra de L'Hospital apresentadas por Cauchy.
Fonte: autoria própria.

Na questão "e", Cauchy mencionou em entrevista que não conseguiu usar a regra de L'Hospital. Talvez isso tenha acontecido pelo fato da resolução demandar o uso da regra duas vezes consecutivas. Isso mostra que talvez, Cauchy não sabia que pode-se aplicar a regra de L'Hospital mais de uma vez ao calcular o limite de uma função. Mas, como ele não conseguiu encontrar o limite pelo cálculo, resolveu plotar o gráfico no GeoGebra em busca da solução, e ao descobrir que o limite existia, foi em busca de outra estratégia de solução via cálculo, conforme mencionou na entrevista ao falar da atividade:

> ***Cauchy***: *A gente [referindo-se a ele e o Euler], não conseguiu fazer porque tinha uma indeterminação ai usamos a regra de L'Hospital e dava outra indeterminação. Assim nós não sabíamos o que fazer. Eu resolvi plotar a função no GeoGebra para ver se tinha mesmo o limite e ai eu observei que existia e falei para o Euler. Ai a gente ficou pensando em como fazer as contas. Eu pensei que se tinha outro jeito de fazer e falei para o Euler sobre colocar o x^2 em evidência e ele concordou comigo, assim ele fez a dele e eu fiz a minha. Depois nos trocamos fotos das atividades pelo WhatsApp e deu certo. Mas depois que eu enviei a atividade para o ambiente eu ainda fiquei pensando em como usar a regra, aí eu percebi que usado uma vez a função dava igualzinha a anterior [referindo-se a função da atividade "d"] e aí era só usar a regra de novo.*

Pela fala de Cauchy, o processo de aprendizagem dele se deu na interação com Euler ao usar o WhatsApp. Quando Cauchy e Euler tentaram resolver a atividade pela regra de L'Hospital e não obtiveram sucesso, Cauchy retomou a estratégia de plotar o gráfico da função. Ele usou o GeoGebra para observar se o limite existia. Podemos afirmar que Cauchy estava vivenciando o ciclo de ações (VALENTE, 2005), pois ele descreveu para a máquina a função em forma de linguagem do software. O computador lhe retornou uma resposta, que no caso era um gráfico. Ele refletiu sobre aquela representação e observou que o limite procurado existia. E assim fez uma depuração da estratégia usada para determinar tal limite, mudando-a.

Mas, mesmo após compartilhar a solução com o colega, Cauchy continuou refletindo para relacionar a atividade ao conteúdo explorado. O importante nesse processo de aprendizagem foi o uso de diferentes estratégias para resolver o mesmo problema, o que evidencia a compreensão do conteúdo em estudo.

No diálogo a seguir, resgatado do WhatsApp, podemos observar as interações entre os dois colegas na busca de um entendimento comum sobre o objeto em estudo:

[...]
Cauchy: *E ai Euler e a ultima questão da apostila vc já fez?*
Euler: *Num da certo essa não.*
Cauchy: *É tá encardido essa.*
Euler: *Eu acho que não tem limite não.*
Euler: *ou sei lá não dá para usar a regra não.*
Cauchy: *Acho que tem sim, vou jogar lá no GeoGebra pra vê se tem. Da certo ne?*
Euler*: Faz ai então meu escravo.*
Cauchy*: se é besta hein... falei que tem é 0,33.*
Cauchy: *Mas dá para fazer de outro jeito. Da pra colocar o x em evidencia. Né?*
Euler: *Ah já é. [...]*

Pelo recorte apresentado temos uma ideia de como esse diálogo ocorreu em meio a brincadeiras, até o surgimento de estratégias de solução.

Dando continuidade à análise da aprendizagem na/a partir da interação de Cauchy, recorremos aos dados do fórum em que foi estudado o conteúdo de Máximos e Mínimos de Função. A atividade proposta foi a seguinte: *"Após várias experiências em laboratório, observou-se que a concentração de certo antibiótico no sangue de cobaias varia de acordo com a função $f(x)=12x-2x^2$, em que x é o tempo decorrido, em horas, após a ingestão do antibiótico e f(x) é a concentração de tal antibiótico no sangue". No GeoGebra, plote o gráfico da função $f(x)=12x-2x^2$ e insira um ponto A sobre a curva que representa a função e mova o ponto, observando em quanto tempo a concentração de antibiótico atinge o nível máximo. No mesmo arquivo que você plotou a f(x), plote também a f '(x).* 9

A professora começou com questionamentos iniciais e em seguida teve-se a participação de Fermat e Cauchy, conforme o recorte seguinte:

Olá Pessoal
Agora que vocês já plotaram a f(x)=12x-2x2 e analisaram o movimento do ponto, quais as coordenadas do ponto que representa o tempo necessário para que o antibiótico atinja nível máximo de concentração no sangue dessas cobaias? E em quanto tempo atinge o nível mínimo de concentração? Qual o domínio válido dessa função na situação dada?
Vamos dialogando....
Abraços Professora Vanessa(VANESSA, 02/12/2013).

As coordenadas do ponto que representa o tempo necessário = (6,36) Atinge o nível mínimo de concentração em 12 hrs.. E o domínio válido dessa função (de acordo com a situação) é de D(f) = {x Є R / 0 ≤ x ≤ 12 }.(FERMAT, 01/12/2013).

Fermat os meus resultados foram bem diferentes dos seus, o nível máximo de concentração em coordenadas foi (3,18), e o nível mínimo nas coordenadas (6,0), já o domínio será apenas onde a concentração for positiva (y>0), ou seja, o domínio será de 0 a 6.(CAUCHY, 02/12/2013).

Cauchy evidenciou nesse diálogo do Fórum uma ação importante quando se habita algum espaço, que é o de contrapor. Ele fala para Fermat que seus resultados não são encontrados pelo colega, atitude essa que mostra a preocupação de Cauchy com outro, com a busca de um entendimento em relação à questão em estudo. Nas palavras de Scherer (2005, p.150) "habitar é estar livre para ir e vir, é poder escolher, propor, contrapor". Desse recorte de fórum podemos observar também o movimento do "Estar Junto Virtual", pois Cauchy buscou essa interação, e, a mensagem enviada ao Fórum, pode ter feito Fermat refletir sobre sua atividade e proposição, como pode ser visto na continuidade do diálogo.

AGORA, com a atividade refeita, eu cheguei as seguintes conclusões:
o ponto máximo de concentração é em (3,18).O mínimo será em (6,0). O domínio da função de acordo com a função será D= {x Є R / 0 ≤ x ≤ 6 }. (FERMAT, 02/12/2013).

Após a participação da maioria dos alunos que fizeram parte da pesquisa, a professora fez algumas considerações com base nas proposições postadas e propôs novos questionamentos a fim de desafiar o grupo.

Olá pessoal.
Vejo que esse Fórum está "bombando"! É muito bom ver a participação de todos vocês.
Vamos às pontuações....
Analisando as produções feitas e as postagens do Fórum, parece que todos concordam que o nível mínimo de concentração no sangue das cobaias acontece 6 horas após o início do processo. Sendo assim o ponto (6,0) é um ponto de mínimo. Considerando que vocês afirmam que o domínio da função que representa a situação é [0,6], então será que o ponto (6,0) é o único ponto de mínimo da função? Reflitam...
O Cavalieri, a Fermat, o Cauchy, o Euler o [...] dizem que em 3 horas o nível de concentração no sangue das cobaias atinge nível Máximo. E esse nível é igual a 18. Sendo assim o ponto de máximo que representaria tal situação seria (3, 18). Todos concordam?
Suponha que este seja o ponto procurado, então agora analisando o gráfico da f '(x) e também fazendo cálculos vejam o que acontece com a derivada da f(x), sendo x=3 (ou seja sendo x a abscissa do ponto de máximo).
E o que acontece com f '(x), sendo x=6? (ou seja, a abscissa do ponto (6,0) que vocês afirmam ser o ponto de mínimo da f(x)).
E os demais o que observaram?
Vamos dialogando.... (VANESSA, 02/12/2013).

Eu concordo com o Cavalieri, para x = 3 temos f'(x)=0, ou seja no ponto de máximo a derivada é nula.(CAUCHY, 02/12/2013).

Cauchy conseguiu estabelecer uma relação entre a abscissa do ponto de máximo com o valor assumido pela derivada para tal valor de x, o que evidencia a sua aprendizagem, que se deu na interação no fórum. Pelo recorte podemos observar também que sua mensagem está articulada com a de Cavalieri, mostrando assim mais uma ação de um habitante do AVA, a de busca pelo entendimento mútuo (SCHERER, 2005).

Apresentamos assim a análise de alguns dados obtidos da aprendizagem de Cauchy na/a partir da interação em ambientes virtuais.

4. Algumas considerações

Consideramos que Cauchy aprendeu na/a partir da interação com a professora e alunos tanto no AVA da disciplina, quanto no WhatsApp. Além disso, consideramos que Cauchy, por ser habitante do AVA exerceu um papel importante na aprendizagem de visitantes e transeuntes do AVA, ao interagir com eles no WhatsApp. Afirmamos isso, pois esse aluno fez articulações das discussões do AVA com os diálogos no WhatsApp, e lá contribuiu com a aprendizagem de outros colegas.

Os diálogos que ocorreram no WhatsApp contribuíram com a aprendizagem tanto de Cauchy, quanto de outros alunos pois, foram evidenciados momentos de reflexões, levantamento e análise de conjecturas e proposições.

5. Agradecimento

Agradecemos a Capes pelo financiamento da pesquisa intitulada: **Aprendizagem em um Ambiente Construcionista na modalidade de EaD: explorando conhecimentos sobre Derivadas, em uma disciplina de Cálculo I,** que originou os dados apresentados nesse artigo.

6. Referências

CABRAL, Tânia Cristina; CATAPANI, Elaine. Imagens e olhares em uma disciplina de Cálculo em serviço. **Zetetiké Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v.11, n.19, p. 101-116, jun. 2003.

MORELATTI, Maria Raquel Mioto. **Criando um ambiente construcionista de Aprendizagem em cálculo diferencial e integral I**. 2001. 260f. Tese (Doutorado em Educação)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

NASCIMENTO, Jorge Luiz do. Uma proposta metodológica para a disciplina de Cálculo I. In: ENCONTRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, VI., 2000, Rio de Janeiro. **Anais**...Rio de Janeiro: UFRJ, 2000. p.11-18.

PAPERT, Seymour**. A máquina das crianças:** repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: Artmed, 2008.

SCHERER, Suely. **Uma Estética Possível para a Educação Bimodal:** aprendizagem e comunicação em ambientes presenciais e virtuais. 2005. 240 f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2005.

SILVA, Michele Amaral et al. Dificuldades de Aprendizagem na Disciplina De Cálculo diferencial e Integral: Estudo de Caso com Alunos do curso de Licenciatura em Química. In: CONGRESSO DE PESQUISA E INOVAÇÃO DA REDE NORTE NORDESTE DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA-CONNEPI, V., 2010, Maceió. **Anais...** Maceió**:** IFCE, 2010, P.11-20.

VALENTE, José Armando**. A Espiral da Espiral de Aprendizagem:** o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação. 2005. Tese (Livre Docência) – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, São Paulo, 2005.